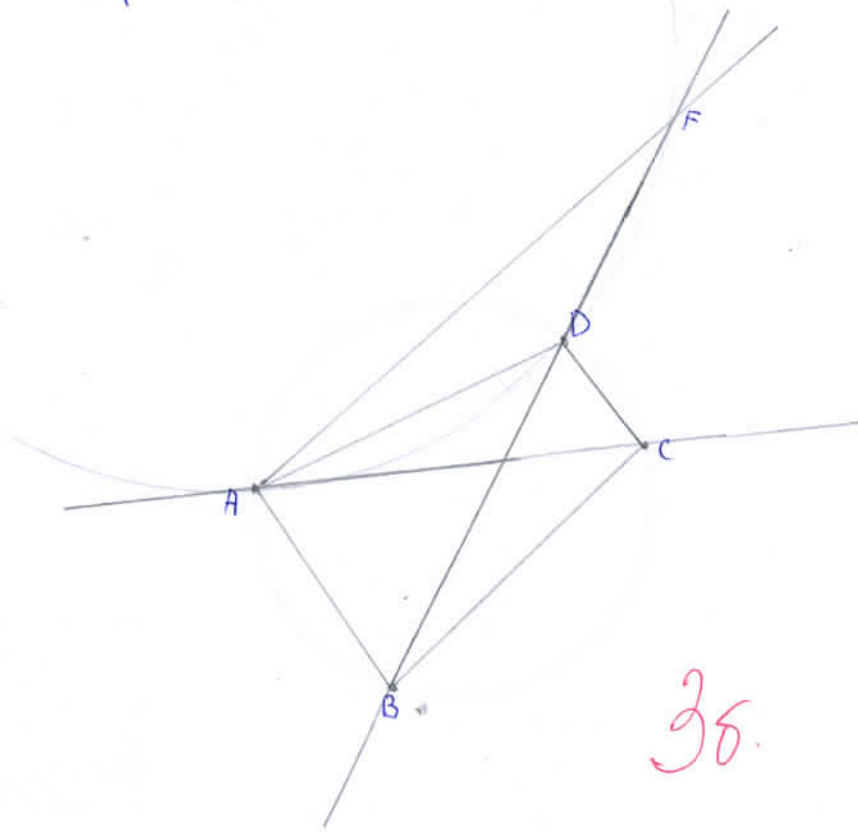


N5



Dano

 $AF \parallel BC$

Точка A входит в $\triangle ADF$, следовательно окружность будет проходить через точку A. Окружность будет ~~проходить~~ ~~пересекаться~~ с прямой AC в точке A касаться прямоу AC в точке A

30

N3

Dano	Решение
x, y, z, t $x > y^3$ $y > z^3$ $z > t^3$ $t > x^3$	<p>Пусть $x, y, z, t < 0$, тогда $xyzt > 0$ т.к. произведение четырёх отрицательных чисел даёт нам число > 0</p>

30

N1

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2 \cdot (1 - 2\sin^2) + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2 \cdot (2\cos^2 x - 1) + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2 + 4\sin^2 + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x + 4\sin^2 x + 1} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1} \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$y = \left(\sqrt{(2\sin^2 x + 1)^2} \right)^2 + \left(\sqrt{(2\cos^2 x + 1)^2} \right)^2$$

$$y = 2\sin^2 x + 1 + 2\cos^2 x + 1 = 2 \cdot 1 + 1 + 1$$

$$y = 4$$

50

110

№1.

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2 \cdot (1 - 2\sin^2 x) + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2 \cdot (2\cos^2 x - 1) + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2 + 4\sin^2 x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x - 2 + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x + 4\sin^2 x + 1} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1}$$

$$y = \sqrt{(2\sin^2 x + 1)^2} + \sqrt{(2\cos^2 x + 1)^2}$$

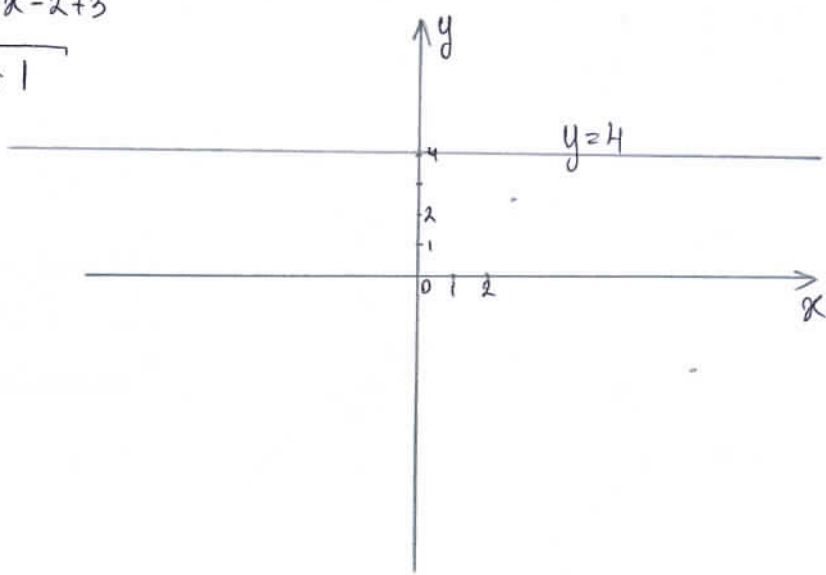
$$y = 2\sin^2 x + 1 + 2\cos^2 x + 1$$

$$y = 2\sin^2 x + 2 \cdot (1 - \sin^2 x) + 2$$

$$y = 2\sin^2 x + 2 - 2\sin^2 x + 2$$

$$y = 4$$

75



№2.

$$x^2 + (2-a)x - a - 3 = 0$$

$$D = (2-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a-3) = 4^2 - 4a + a^2 + 4a + 12 = 28 + a^2$$

$$x_1 = \frac{-2+a - \sqrt{28+a^2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2+a + \sqrt{28+a^2}}{2}$$

Чтобы $x_1^2 + x_2^2$ был наименьшим, нужно, чтобы $\sqrt{28+a^2}$ был наим.

значит $a=5$.

45

№3.

1) Пусть $x < 0$
тогда $y < 0; z < 0; t < 0$
Если все 4 числа будут отрицательны, тогда их произведение - положительное.

2) Пусть $x > 0$
тогда $y > 0; z > 0; t > 0$
 $x \cdot y \cdot z \cdot t > 0$ при обоих случаях.

65

№4.

Нет, не может, т.к.:

Сумма

75

3) таких "десяток" в последовательности 98 чисел 9 и ещё 8 чисел.
Их сумма 89 не может оканчиваться на 0 , она будет оканчиваться на 9 .

$\angle CAF = \angle BCA$, как накрест лежащие углы при $BC \parallel AF$ и секущей AC

05

Задание №2.

Найти a , чтобы сумма квадратов корней уравнения была наименьшей

$$x^2 + (2-a)x - a - 3 = 0$$

$$x^2 + x(2-a) - a - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - ax - a - 3 = 0$$

1) Пусть $a = 1$, тогда

$$x^2 + 2x - x - 1 - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 17$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{17}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1-17}{4} + \frac{1+17}{4} = \frac{-16+18}{4} =$$

$$= \frac{2}{4} = 0,5$$

\Rightarrow Наименьшее значение суммы квадратов корней уравнения будет при наименьшем значении $a = 1$

2) Пусть $a = 2$, тогда

$$x^2 + 2x - 2x - 2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 5$$

$$x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 5 + 5 = 10$$

3) Пусть $a = 3$, тогда

$$x^2 + 2x - 3x - 3 - 3 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$\sqrt{D} = 5$$

$$x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 9 + 4 = 12$$

С увеличением значения a , увеличивается и сумма квадратов корней уравнения \Rightarrow

Ответ: 1. 50

При $a = 0$; При $a = -1$;
 $x_1^2 + x_2^2 = 10$ $x_1^2 + x_2^2 = 10$
 \Rightarrow при увеличении a со знака $-$ на $+$, $x_1^2 + x_2^2$ тоже падает

Задание №3

$$x > y^3$$

$$y > z^3$$

$$z > t^3$$

$$t > x^3$$

Допустим, что $x < 0$ (число отрицательное)

Пусть $x = -5$, тогда $-5 > y^3 \Rightarrow y < 0$

Пусть $y = -2$, тогда $y^3 = -8$;
 $-2 > z^3$

Пусть $z = -3$, $z > t^3$, $t < 0$;

Пусть $t = -4$

$t > x^3$ $-4 > (-5)^3$ $-4 > -125$, верно.

Тогда $(-5) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) > 0$

$$120 > 0$$

т. т. р.

45

Задание №4

Пусть 100 чисел $= 1+2+3+\dots+100$, тогда

сумма данных чисел будет оканчиваться на цифру "5" (пример $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$) $\times 10$

Последующие 98 чисел (будут оканчиваться)

в сумме $101+102+\dots+198$ в оканчивании не дадут цифру "5", т.к. будет не хватать чисел, оканчивающихся на 5.

Ответ: Нет.

55